1. cvičení - domácí úloha
Zadáno 24. 2. 2009
Odevzdat do 10. 3. 2009

1. Buď $G(\cdot)$ cyklická grupa s generátorem a, označme $\varphi : \mathbb{Z}(+) \to G(\cdot)$ zobrazení definované $\varphi(k) = a^k$.
a) Dokaž, že φ je korektně definovaný homomorfismus grup.
b) Dokaž, že $\mathrm{Im}\ \varphi = G$.
c) Dokaž, že $\mathrm{Ker}\ \varphi = n\mathbb{Z}$ pro nějaké $n \in \mathbb{N}_0$.
d) Zformuluj a použij 1. větu o izomorfismu pro grupy.
e) Dokaž, že $G \simeq \mathbb{Z}$ nebo $G \simeq \mathbb{Z}_n$ pro nějaké $n \in \mathbb{N}$.
2. Dokaž Eulerovu větu podobně, jako jsme na cvičení dokazovali malou Fermatovu větu
3. V závislosti na celých číslech k, l spočti $(k^2 - l^2, k^2 + l^2)$.

K započítání domácí úlohy stačí (správně) vyřešit aspoň 2 příklady.